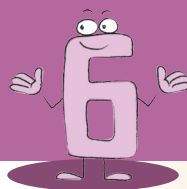


บทที่ 6

กราฟ



การนำเสนอข้อมูลเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าต่าง ๆ ในทางเคมีและวิทยาศาสตร์แขนงอื่นๆ โดยเฉพาะในการทดลองนอกจากจะแสดงข้อมูลในรูปของตารางแล้ว ซึ่งอาจแสดงในรูปของกราฟแท่ง กราฟวงกลม กราฟเส้นโค้ง กราฟเส้นตรง แต่ส่วนใหญ่ในทางเคมีจะเป็นกราฟเส้นตรงซึ่งมีข้อดีคือสามารถแสดงแนวโน้มของความสัมพันธ์และเปรียบเทียบค่าที่ต้องการศึกษาได้อย่างชัดเจน เพราะการแสดงผลข้อมูลด้วยกราฟจะทำให้เข้าใจความสัมพันธ์ได้ง่ายขึ้น อย่างไรก็ตามกราฟที่ดีต้องมาจากข้อมูลที่ถูกต้องด้วยจึงจะทำให้การแปลความหมายจากกราฟมีความสมบูรณ์มากขึ้น

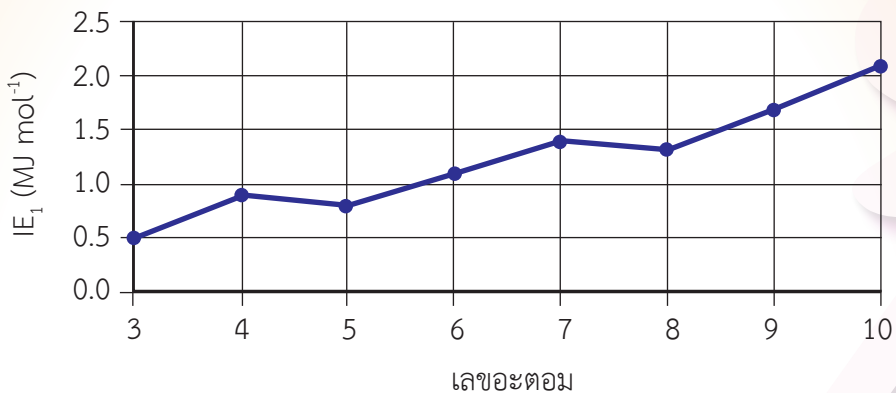
6.1 ลักษณะของกราฟ

ข้อมูลที่สามารถนำมาเสนอในรูปกราฟได้จะต้องเป็นข้อมูลที่มีความสัมพันธ์กัน เช่น ข้อมูลแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเลขอะตอมของธาตุในคาบที่ 2 กับพลังงานไอออไนเซชันลำดับที่ 1 (IE1) ดังตาราง

ตาราง 6.1 ความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานไอออไนเซชันลำดับที่ 1 กับเลขอะตอม

เลขอะตอม	พลังงานไอออไนเซชันลำดับที่ 1 ($\text{MJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)
3	0.526
4	0.906
5	0.807
6	1.093
7	1.407
8	1.320
9	1.687
10	2.087

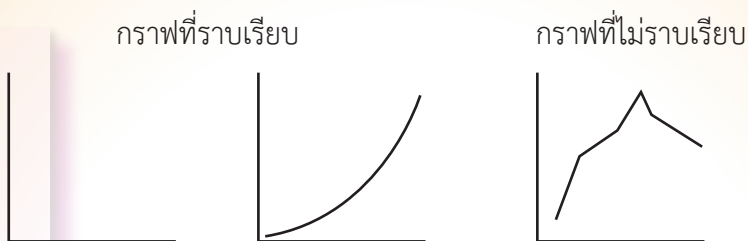
เมื่อนำข้อมูลจากตารางมาเขียนกราฟโดยให้แกน x แทนเลขอะตอมและแกน y แทนพลังงานไอออไนเซชัน ลำดับที่ 1 ได้ดังนี้



รูป 6.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเลขอะตอมกับพลังงานไอออไนเซชัน ลำดับที่ 1

จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างเลขอะตอมกับพลังงานไอออไนเซชัน ลำดับที่ 1 พบว่าค่าพลังงานไอออไนเซชัน ลำดับที่ 1 ของธาตุในคาบเดียวกันจะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อเลขอะตอมเพิ่มขึ้น

โดยทั่วไปลักษณะข้อมูลที่มีความสัมพันธ์กันคือเมื่อเปลี่ยนแปลงตัวแปรหนึ่ง จะทำให้อีกตัวแปรหนึ่งเปลี่ยนไปด้วย ซึ่งส่วนใหญ่เป็นการเปลี่ยนแปลงที่ค่อยเป็นค่อยไปอย่างช้าๆ กราฟที่ได้จึงมีลักษณะเป็นเส้นที่ราบเรียบ แต่ถ้าเป็นการเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันจะทำให้กราฟที่ได้มีลักษณะไม่ราบเรียบ เช่น ใส่โลหะร้อนลงในน้ำเย็น อุณหภูมิของน้ำจะเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลัน ลักษณะของกราฟที่ราบเรียบและไม่ราบเรียบแสดงดังรูป

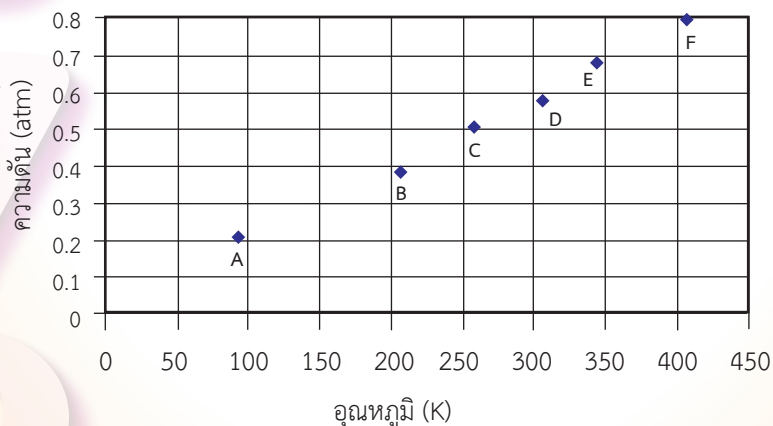


รูป 6.2 กราฟแสดงลักษณะของกราฟที่ราบเรียบและกราฟที่ไม่ราบเรียบ

ในบทนี้จะกล่าวเฉพาะกราฟที่ราบเรียบ ซึ่งมีทั้งกราฟเส้นตรงและกราฟเส้นโค้ง โดยข้อเท็จจริงแล้วข้อมูลที่นำมาลงจุดกราฟมักจะได้กราฟที่เป็นเส้นตรงหรือเส้นโค้งอย่างสมบูรณ์ เนื่องจากขณะทำการทดลองเพื่อเก็บข้อมูลอาจเกิดความคลาดเคลื่อนได้หลายประการ ซึ่งอาจเกิดจากอุปกรณ์หรือผู้ทำการทดลอง ทำให้จุดกราฟกระจัดกระจายแต่จะยังคงพิจารณาเห็นแนวโน้มของความสัมพันธ์ได้

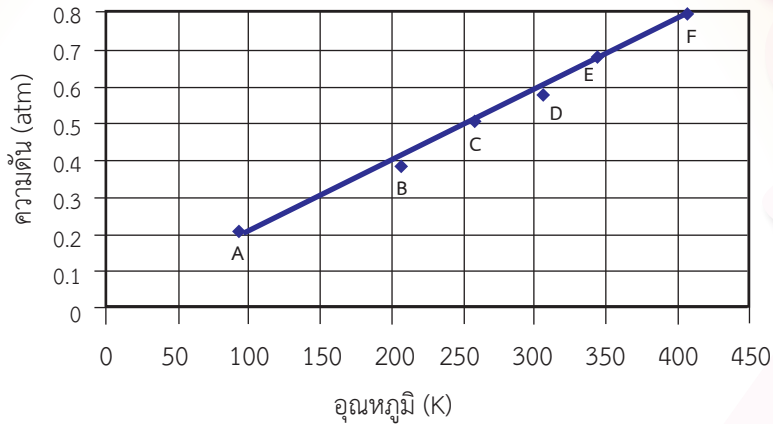
6.2 การเขียนเส้นกราฟ

ถ้าข้อมูลที่นำมาลงจุดกราฟทำให้ได้กราฟที่ไม่ราบเรียบ ไม่ได้หมายความว่าข้อมูลผิดพลาดจนไม่สามารถนำข้อมูลมาใช้ลงจุดกราฟได้ เมื่อเกิดกรณีเช่นนี้ จะต้องลากเส้นกราฟให้ใกล้เคียงกับจุดทุกจุดให้มากที่สุด ไม่ใช่แค่ลากผ่านเพียงบางจุดเท่านั้น เช่น กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความดันกับอุณหภูมิของแก๊สต่อไปนี้



รูป 6.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความดันของแก๊ส (atm) กับอุณหภูมิ (K)

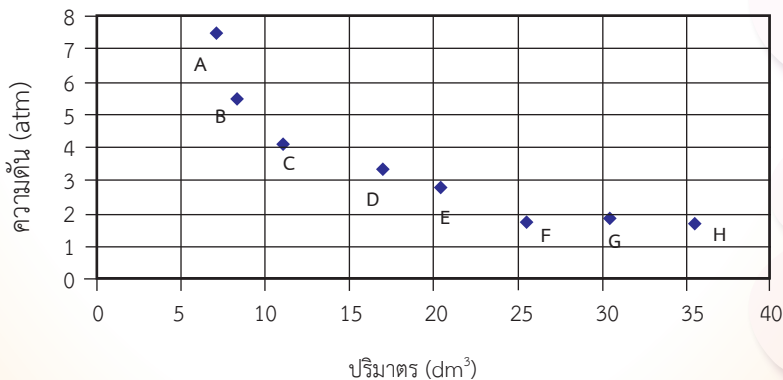
จากกราฟในรูป 6.3 ถ้านำมาลองลากเส้นจะพบว่า มีจุดเพียง 3 จุดคือจุด C E และ F ที่อยู่ในเส้นตรง แต่เมื่อจะทำการลากเส้นกราฟจะต้องให้เส้นกราฟผ่านใกล้ ๆ จุดทุกจุด ไม่ใช่ลากเส้นผ่านแค่ 3 จุด จึงจะได้กราฟที่แสดงความสัมพันธ์ของระบบได้ดีที่สุด ดังรูป 6.4



รูป 6.4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความดันของแก๊ส (atm) กับอุณหภูมิ (K)

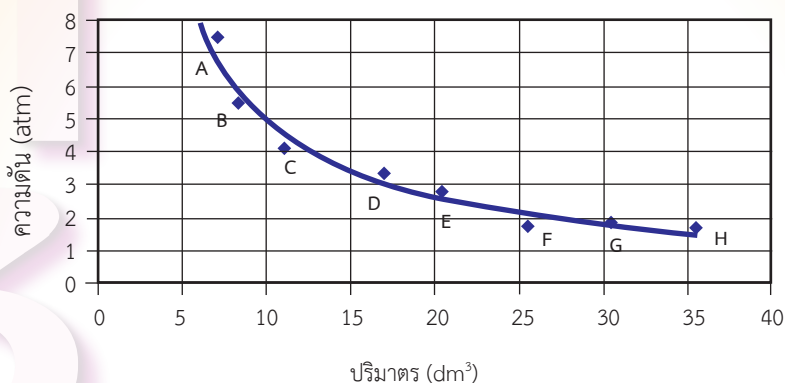
จากกราฟ 6.4 จะเห็นว่าจุดส่วนใหญ่ไม่ได้อยู่บนเส้นกราฟ บางจุดอยู่ด้านบนของเส้นกราฟ บางจุดอยู่ด้านล่างของเส้นกราฟ โดยปกติมักให้จุดจำนวนครึ่งหนึ่งอยู่ด้านบนและอีกครึ่งหนึ่งอยู่ด้านล่าง ทั้งนี้ขึ้นกับความเหมาะสม

สำหรับกราฟเส้นโค้งก็ใช้วิธีเดียวกันนี้ เช่น กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรกับความดันของแก๊สต่อไปนี้



รูป 6.5 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความดันของแก๊ส (atm) กับปริมาตร (dm³)

เมื่อลากเส้นกราฟให้ผ่านใกล้ ๆ จุดทุก ๆ จุด จะได้กราฟที่แสดงความสัมพันธ์ของระบบดังรูป



รูป 6.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความดันของแก๊ส (atm) กับปริมาตร (dm³)

6.3 สมการของกราฟเส้นตรง

กราฟเส้นตรงสามารถใช้สมการเชิงเส้นทางคณิตศาสตร์อธิบายความสัมพันธ์ได้
ดังนี้

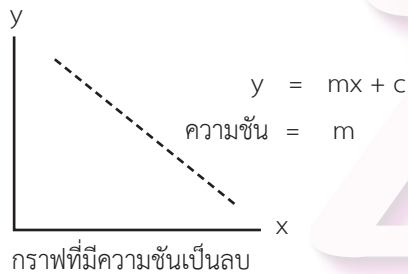
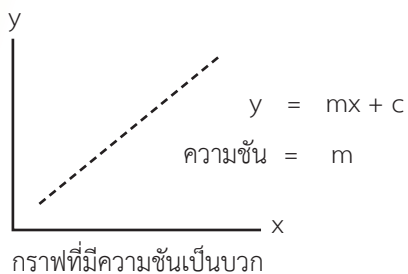
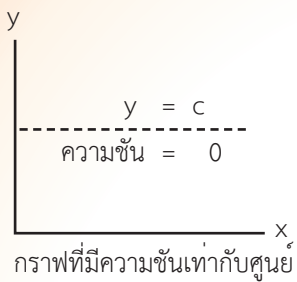
เมื่อ x และ y คือ ค่าตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กัน

m คือ ค่าความชัน (slope) $= \frac{\Delta y}{\Delta x}$

C คือ ค่าจุดตัดบนแกน y (y -intercept)

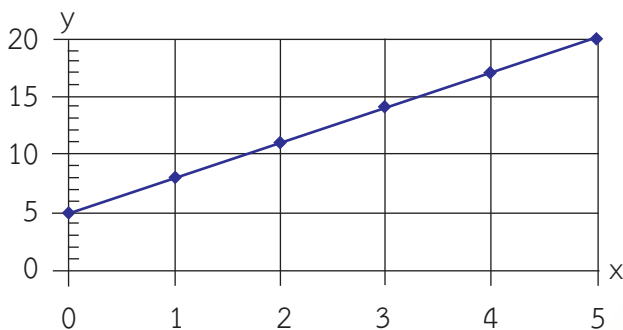


ความชัน (m) เป็นค่าที่แสดงว่าเส้นกราฟมีอัตราการเปลี่ยนแปลงเป็นอย่างไร
เส้นกราฟที่ขนานกับแกน x จะมีความชันเท่ากับศูนย์ ขณะที่ความชันของเส้นกราฟที่ตั้ง
ฉากกับแกน x จะมีค่าเป็นอนันต์ ความชันมีได้ทั้งค่าบวกและลบ โดยเส้นกราฟที่มีความ
ชันเป็นบวกจะมีค่าที่แกน y เพิ่มขึ้น เมื่อค่าที่แกน x เพิ่มขึ้น ส่วนเส้นกราฟที่มีความชัน
เป็นลบ จะมีค่าที่แกน y ลดลง เมื่อค่าที่แกน x เพิ่มขึ้น ดังรูป 6.7

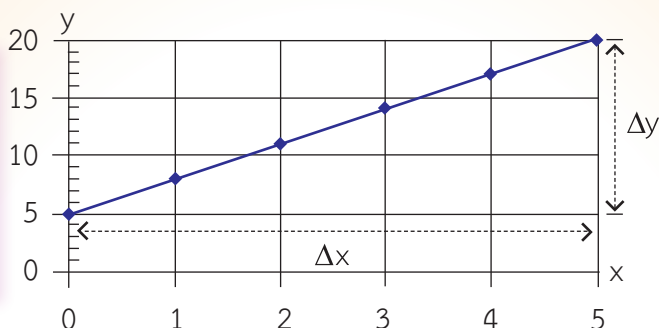


ค่าจุดตัดบนแกน y (c) เป็นค่าของ y เมื่อ $x = 0$ ค่าจุดตัดบนแกน y อาจมีค่าเป็นบวก เป็นศูนย์หรือเป็นลบก็ได้ วิธีการหาสมการเชิงเส้นของกราฟแสดงดังตัวอย่าง

ตัวอย่าง 1 จงหาสมการเชิงเส้นของกราฟต่อไปนี้



หาความชัน (m) โดย $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$



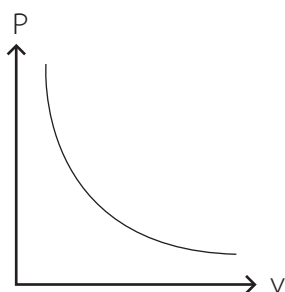
จะได้
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(20-5)}{(5-0)} = \frac{15}{5} = 3$$

จากนั้นหาจุดตัดแกน y (c) ซึ่งเท่ากับ 5 แล้วนำความชันและจุดตัดแกน y ไปเขียนสมการเชิงเส้นของกราฟ $y = mx + c$

จะได้
$$y = 3x + 5$$

สมการในวิชาเคมีบางสมการสามารถเปลี่ยนแปลงให้เหมาะสม เพื่อให้ได้สมการที่เมื่อนำไปเขียนกราฟแล้วเป็นเส้นตรง เช่น

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตร (V) และความดัน (P) เมื่อจำนวนโมลของแก๊สและอุณหภูมิคงที่ จะเป็นกราฟเส้นโค้งดังรูป

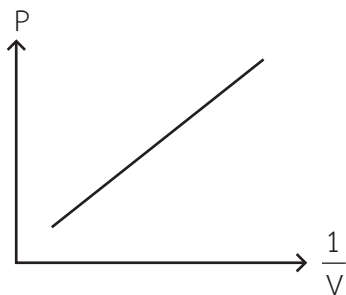
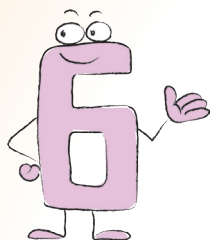


แต่เมื่อใช้ความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{1}{V}$ กับ P ซึ่งมีสมการดังนี้

$$P = k \cdot \frac{1}{V} \text{ เมื่อ } k \text{ คือ ค่าคงที่}$$

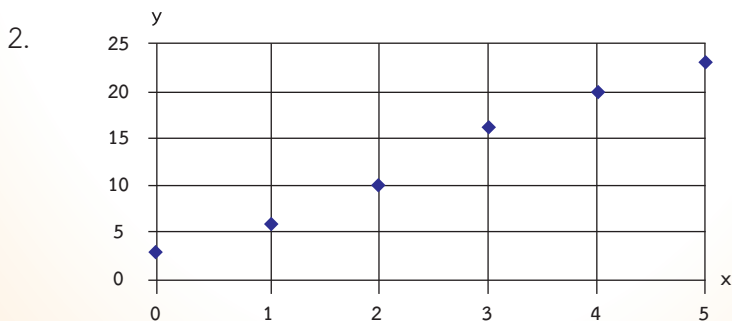
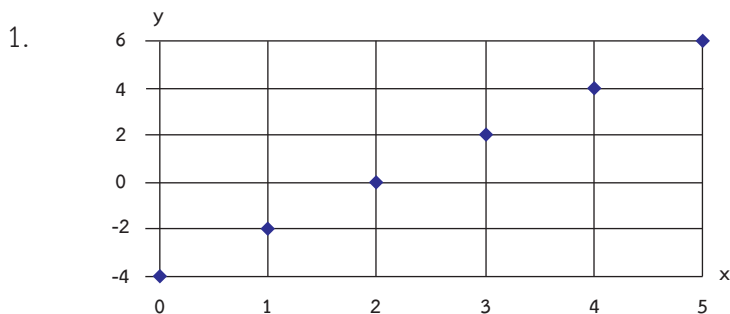
$$PV = k$$

กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{1}{V}$ กับ P จะเป็นกราฟเส้นตรง ดังรูป

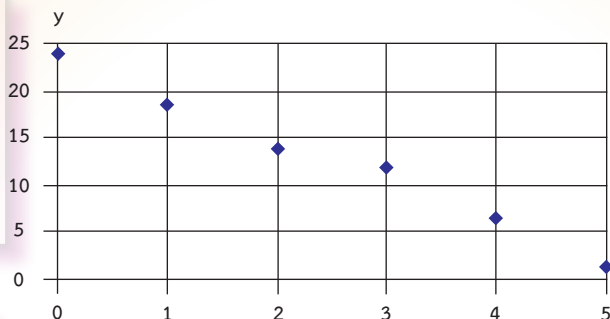


แบบฝึกหัด 6.1

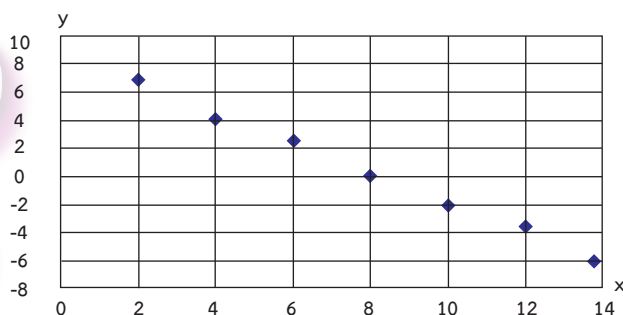
จากข้อมูลการวิเคราะห์หาปริมาณสารตัวอย่างในน้ำเสีย ได้นำข้อมูลมาลงจุดดังแสดง จงลากเส้นกราฟและหาสมการเชิงเส้น



3.



4.



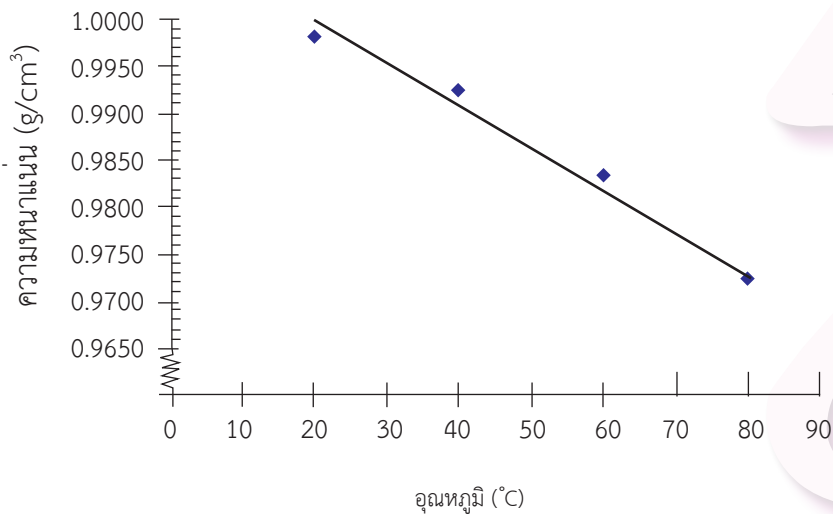
6.4 การประมาณค่าจากกราฟ

การประมาณค่าจากกราฟเป็นการหาค่าของตัวแปรหนึ่งเมื่อทราบค่าของอีกตัวแปรหนึ่ง โดยมีกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสอง ในทางเคมีนิยมใช้ในการหาจำนวนหรือค่าต่าง ๆ เช่น ใช้หาความหนาแน่นของน้ำที่อุณหภูมิใดอุณหภูมิหนึ่งจากกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นของน้ำกับอุณหภูมิ หรือใช้ในการหาปริมาณของสารตัวอย่าง เช่น จากกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มข้นกับความหนาแน่นของน้ำเกลือ ใช้หาความเข้มข้นของน้ำเกลือตัวอย่างได้ เมื่อทราบความหนาแน่นของน้ำเกลือ

6.4.1 การประมาณค่าเมื่อค่าของตัวแปรอยู่ในเส้นกราฟ

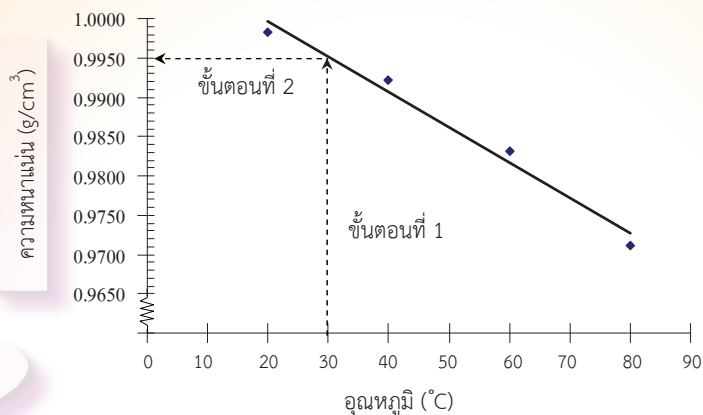
การหาค่าของตัวแปรหนึ่งเมื่อทราบค่าของอีกตัวแปรหนึ่ง และมีกราฟแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองนี้ และค่าของตัวแปรที่ต้องการหามีค่าอยู่บนเส้นกราฟ การประมาณค่าทำได้โดยหาค่าของตัวแปรที่ทราบค่าบนแกนของตัวแปรนั้น จากนั้นลากเส้นตั้งฉากกับแกนไปตัดกับเส้นกราฟ จากจุดตัดบนกราฟลากเส้นตั้งฉากกับแกนของตัวแปรที่ต้องการหาค่า จุดตัดที่แกนนี้คือค่าของตัวแปรที่ต้องการหา

ตัวอย่าง 3 จงหาความหนาแน่นของสาร A ที่อุณหภูมิ 30°C จากกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นกับอุณหภูมิต่อไปนี้



วิธีทำ

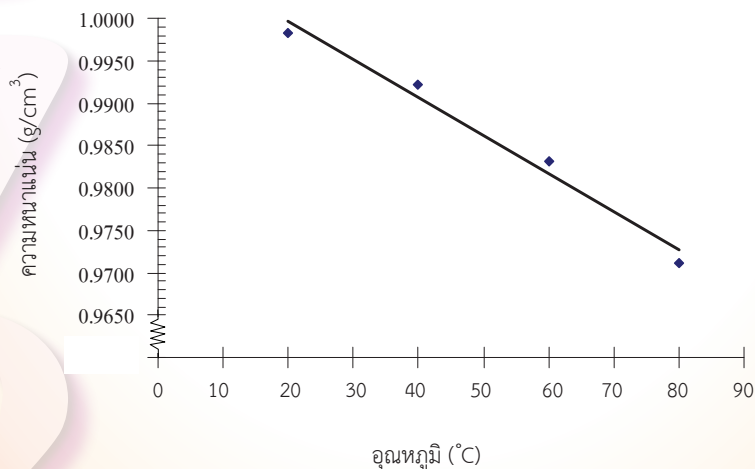
- ขั้นตอนที่ 1 จากกราฟ ลากเส้นตรงจากแกน x ที่อุณหภูมิ 30°C ขึ้นไปให้ตัดกับกราฟ
- ขั้นตอนที่ 2 ลากเส้นตรงให้ไปตัดกับแกน y จะได้ค่าเท่ากับ 0.9950 g/cm^3 ดังรูป



6.4.2 การประมาณค่าเมื่อค่าของตัวแปรอยู่นอกเส้นกราฟ

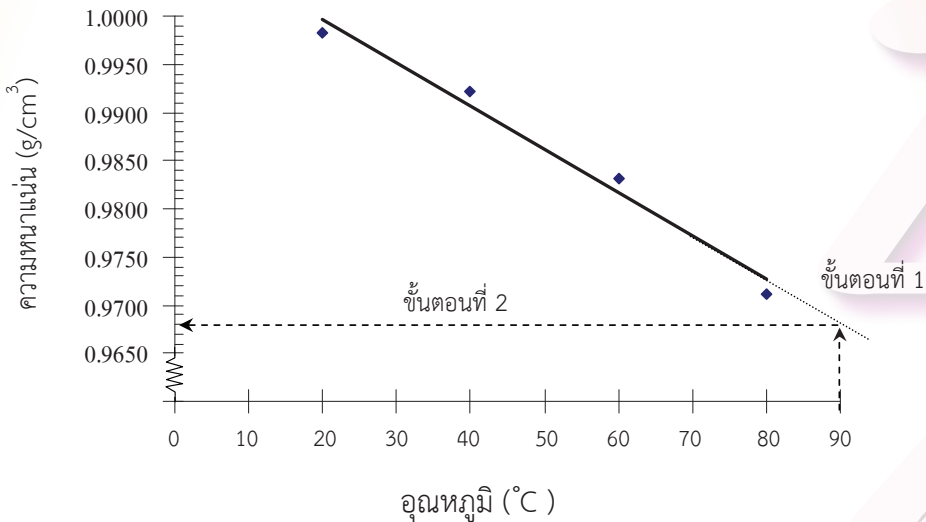
การหาค่าของตัวแปรหนึ่งเมื่อทราบค่าของอีกตัวแปรหนึ่ง และมีกราฟแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองนี้ โดยที่ตัวแปรที่ต้องการหามีค่าอยู่นอกเส้นกราฟและมีค่าน้อยกว่าหรือมากกว่า ค่าบนเส้นกราฟ จึงไม่สามารถหาค่าจากเส้นกราฟได้โดยตรง การประมาณค่าทำได้ด้วยการลากเส้นต่อจากเส้นกราฟ โดยลากเส้นต่อไปทางด้านค่าของตัวแปรที่ต้องการหาอยู่ในเส้นกราฟ แล้วใช้วิธีการประมาณค่าเช่นเดียวกับการประมาณค่าเมื่อตัวแปรอยู่ในเส้นกราฟ

ตัวอย่าง 4 จงหาความหนาแน่นของสาร A ที่อุณหภูมิ 90°C จากกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นกับอุณหภูมิต่อไปนี้



วิธีทำ

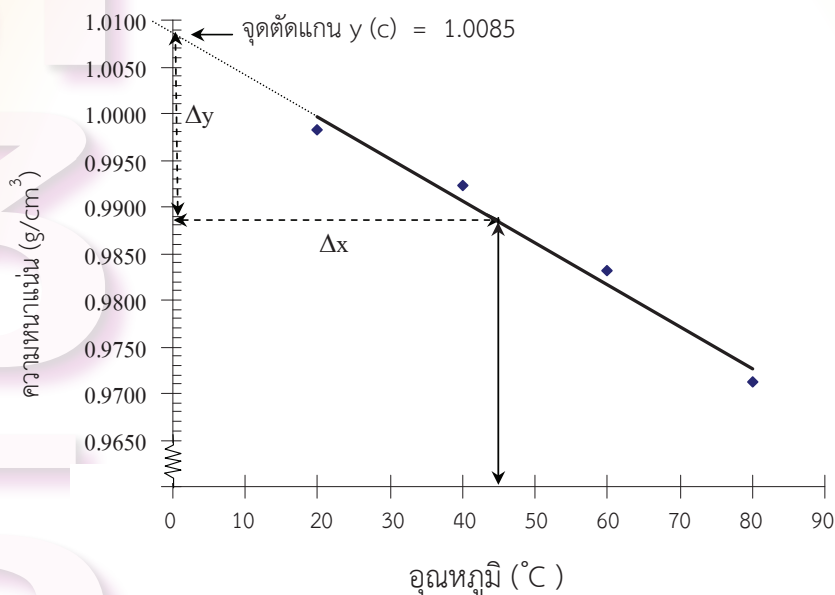
- ขั้นตอนที่ 1 จากกราฟ ลากเส้นตรงจากแกน x ที่อุณหภูมิ 90°C ขึ้นไปให้ตัดกับเส้นประของกราฟ
- ขั้นตอนที่ 2 แล้วลากเส้นตรงให้ไปตัดกับแกน y จะได้ค่าเท่ากับ 0.9680 g/cm^3 มีวิธีดังรูป



6.4.3 การประมาณค่าจากสมการเชิงเส้นของกราฟ

ในกรณีที่มีกราฟและสามารถหาสมการเชิงเส้นของกราฟได้ ถ้าต้องการหาค่าของตัวแปรหนึ่งเมื่อทราบค่าของอีกตัวแปรหนึ่ง จะสามารถใช้สมการเชิงเส้นของกราฟในการหาค่าของตัวแปรที่ต้องการได้ โดยค่าของตัวแปรนั้นอาจอยู่ในเส้นกราฟหรือนอกเส้นกราฟก็ได้

ตัวอย่าง 5 จงหาความหนาแน่นของน้ำที่อุณหภูมิ 45°C จากกราฟเส้นตรงแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นกับอุณหภูมิของน้ำ โดยมีวิธีการดังนี้



$$\text{ความชัน (m)} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(1.0085 - 0.9890)}{(0 - 45)} = \frac{0.0195}{-45} = -0.00043$$

เมื่อสมการเส้นตรงคือ $y = mx + c$

โดย y คือความหนาแน่น

m คือความชัน มีค่า -0.00043

x คืออุณหภูมิ

c คือจุดตัดบนแกน y มีค่า 1.0085

จึงได้สมการเชิงเส้นแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่น (d) และอุณหภูมิ (T) ของน้ำได้ดังนี้

$$d = -0.00043 T + 1.0085$$

ดังนั้น เมื่อน้ำมีอุณหภูมิเท่ากับ 45°C จะมีความหนาแน่น

$$\begin{aligned}d &= -0.00043(45) + 1.0085 \\&= 0.9892 \text{ g/cm}^3\end{aligned}$$

จะเห็นว่าสามารถใช้กราฟในการดูแนวโน้มของความสัมพันธ์ 2 ตัวแปร เช่น จากกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นกับอุณหภูมิของสาร A พบว่าความหนาแน่นของสาร A จะลดลงเมื่ออุณหภูมิของน้ำเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ยังสามารถใช้กราฟในการประมาณค่าของตัวแปร ทั้งจากเส้นกราฟและจากสมการเชิงเส้นของกราฟ

แบบฝึกหัดท้ายบท

1. สารประกอบไฮโดรคาร์บอนประเภทหนึ่งมีแนวโน้มของจุดหลอมเหลวสัมพันธ์กับจำนวนคาร์บอนในโมเลกุลดังนี้

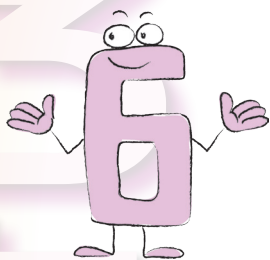
จำนวนคาร์บอนในโมเลกุล (อะตอม)	จุดหลอมเหลว ($^{\circ}\text{C}$)
17	22.0
18	28.3
19	32.1
20	36.8

จงทำนายค่าต่อไปนี้

- 1) จำนวนคาร์บอนในโมเลกุลของสารประกอบไฮโดรคาร์บอนประเภทนี้ที่มีจุดหลอมเหลวประมาณ 42°C
 - 2) จุดหลอมเหลวของสารประกอบไฮโดรคาร์บอนประเภทนี้ที่มีจำนวนคาร์บอนในโมเลกุลเท่ากับ 15 อะตอม
2. นักเรียนคนหนึ่งได้สังเกตการละลายของเกลือตัวอย่างในสารละลาย NaCl ที่มีความเข้มข้นต่างๆ กันได้ผลดังนี้

ความเข้มข้นของสารละลาย NaCl (mol/dm^3)	การละลายของเกลือตัวอย่าง ($\text{g}/100 \text{ cm}^3 \text{ H}_2\text{O}$)
0.05	1.7×10^{-6}
0.025	9.5×10^{-7}
0.0125	5.1×10^{-7}
0.00625	2.9×10^{-7}

จงทำนายการละลายของเกลือตัวอย่างในน้ำ (ความเข้มข้นของ NaCl = 0 mol/dm^3)



เฉลยแบบฝึกหัด 6.1

จากข้อมูลการวิเคราะห์หาปริมาณสารตัวอย่างในน้ำเสีย ได้นำข้อมูลมาลงจุดดังแสดง จงลากเส้นกราฟและหาสมการเชิงเส้น

1.

