

# บทที่ 5

## ลอการิทึม



นอกจากสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ที่พบเป็นเลขยกกำลังฐาน 10 แล้วในทางคณิตศาสตร์ยังมีเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นตัวเลขอื่น ๆ อีก เช่น  $2^4$   $5^3$   $3^7$  เนื่องจากเลขยกกำลังเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ จึงมีส่วนกลับของเลขยกกำลัง ในทางคำนวณของวิชาเคมี ส่วนใหญ่จะเกี่ยวกับตัวเลขที่หลากหลาย โดยเฉพาะการหาค่าลอการิทึมจะนำไปใช้ในการหาค่าความเข้มข้นของสารละลาย ซึ่งจะกล่าวถึงต่อไป

### 5.1 ลอการิทึม

ส่วนกลับของเลขยกกำลัง เรียกว่า **ลอการิทึม** ความสัมพันธ์ระหว่างเลขยกกำลังและลอการิทึมเขียนแสดงด้วยสมการได้ดังนี้

$$x^n = N \quad \text{เมื่อ } x \text{ คือ ฐาน และ } n \text{ คือ เลขชี้กำลัง}$$

$$\log_x N = n \quad \text{เรียกว่า ลอการิทึม } N \text{ ฐาน } x \text{ หรือ ล็อก } N \text{ ฐาน } x$$

$$\text{เช่น } 3^2 = 9 \quad \text{ดังนั้น } \log_3 9 = 2$$

$$5^3 = 125 \quad \text{ดังนั้น } \log_5 125 = 3$$

ฐานของเลขยกกำลังที่พบบ่อยในวิชาเคมี คือ 10 และ  $e$  โดย  $e$  เป็นค่าคงที่ซึ่งมีทศนิยมเป็นอนันต์ คล้ายกับ  $\pi$  มีค่าเท่ากับ 2.718 281 828 ... เพื่อความสะดวกจึงนิยมเขียนแทนด้วย  $e$

ลอการิทึมที่มีฐานเป็น 10 เรียกว่า ลอการิทึมสามัญ (common logarithm) เขียนแทนด้วย  $\log$  ส่วนลอการิทึมที่มีฐานเป็น  $e$  เรียกว่า ลอการิทึมธรรมชาติ (natural logarithm) เขียนแทนด้วย  $\ln$  อ่านว่า ล็อกฐาน  $e$

เช่น  $10^3 = 1000$  ดังนั้น  $\log_{10} 1000 = 3$  หรือ  $\log 1000 = 3$   
 $e^{2.302} = 10$  ดังนั้น  $\log_e 10 = 2.302$  หรือ  $\ln 10 = 2.302$

## 5.2 ตารางลอการิทึม

การหาค่าลอการิทึม นอกจากหาได้จากการใช้เครื่องคิดเลขแล้ว อาจหาได้จาก ตารางลอการิทึมซึ่งตารางลอการิทึมประกอบด้วยค่าต่าง ๆ ของ  $\log N$  กล่าวคือ ค่าใน ตารางคือค่า  $\log N$  ทางด้านซ้ายของแถวริมสุดคือ ค่า  $N$  ซึ่งประกอบด้วยตัวเลขหลัก หน่วยที่มีทศนิยม 1 ตำแหน่ง ตั้งแต่ 1.0 ถึง 9.9 ส่วนแถวทางด้านบนของตารางเป็นค่า ส่วนที่เป็นทศนิยมตำแหน่งที่ 2 โดยมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 9

วิธีการใช้ตารางลอการิทึมทำได้ดังนี้ ถ้าต้องการหาค่า  $\log 1.34$  นั่นคือ  $N$  มีค่า เท่ากับ 1.34 ขั้นแรกให้หาค่า  $N$  ที่เท่ากับ 1.3 จากแถวทางซ้ายมือของตารางดังนี้

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
1.1	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
1.2	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
1.3	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
1.4	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732

$N = 1.3$

หมายเหตุ : หาค่าตารางลอการิทึม จากภาคผนวก

ทศนิยมตำแหน่งที่ 2 ของ 1.34 คือ 4 เมื่อพิจารณาค่าจากทางซ้ายมือของใน แถวตารางที่มีค่า 1.3 ไปทางด้านขวาจนกระทั่งด้านบนของตารางตรงกับเลข 4 ค่าที่ได้ คือ ค่าของ  $\log 1.34$  ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1271 ดังตาราง

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
1.1	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
1.2	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
1.3	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
1.4	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732

$\log 1.34$

ค่าจากตารางลอการิทึมจะไม่แสดงจุดทศนิยม แต่เขียนเป็นตัวเลข 1271 โดยหมายถึงมีจุดทศนิยมอยู่ก่อนตัวเลขทั้งหมด ซึ่งหมายถึง 0.1271

### 5.3 การหาค่าลอการิทึมสามัญ

การหาค่าลอการิทึมสามัญใช้หลักต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 \log 10^n &= n \log 10 \\
 \log 10 &= 1 \\
 \log MN &= \log M + \log N \\
 \log \frac{M}{N} &= \log M - \log N
 \end{aligned}$$



มีวิธีการดังนี้

เปลี่ยนตัวเลขที่จะหาค่า  $\log$  ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ( $a \times 10^n$ ) โดย  $a$  เป็นเลขหลักหน่วย จากนั้นหาค่า  $\log a$  โดยใช้ตารางลอการิทึม และหาค่า  $\log 10^n$  ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $n$  นั่นเอง แล้วนำค่า  $\log a$  และ  $\log 10^n$  มารวมกันจะได้ค่า  $\log$  ของจำนวนที่ต้องการ

การหาค่า  $\log a$  จะต้องใช้ตารางลอการิทึม โดยให้เปลี่ยนจากค่า  $N$  ซึ่งเป็นตัวเลขทศนิยม 2 ตำแหน่ง ตั้งแต่ 1.00 ถึง 9.99 ไปเป็นค่าของ  $\log N$  ซึ่งมีทศนิยม 4 ตำแหน่ง

ตัวอย่าง 1 จงคำนวณหาค่าของ  $\log 2560$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } \log 2560 &= \log (2.56 \times 10^3) \\ &= \log 2.56 + \log 10^3 \\ &= \log 2.56 + 4 \log 10 \\ &= 0.4082 + 4 \\ &= 4.4082\end{aligned}$$

ตัวอย่าง 2 จงคำนวณหาค่าของ  $\log 0.00314$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } \log 0.00314 &= \log (3.14 \times 10^{-3}) \\ &= \log 3.14 + \log 10^{-3} \\ &= \log 3.14 + (-3 \log 10) \\ &= 0.4969 + (-3) \\ &= -2.503\end{aligned}$$

ตัวอย่าง 3 จงคำนวณหาค่าของ  $\log \frac{3}{10}$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } \log \frac{3}{10} &= \log 3 - \log 10 \\ &= 0.4771 - 1.0 \\ &= -0.5\end{aligned}$$



แบบฝึกหัด 5.1

จงคำนวณค่าต่อไปนี้

- |                         |                              |
|-------------------------|------------------------------|
| 1. $\log 1.53$          | 5. $\log 190$                |
| 2. $\log 8.17$          | 6. $\log 9050000$            |
| 3. $\log 0.0897$        | 7. $\log (58.1 \times 10^4)$ |
| 4. $\log 0.00000000112$ | 8. $\log \frac{5}{3.1}$      |

## 5.4 การหาค่าแอนติลอการิทึม

แอนติลอการิทึม เป็นการหาค่าของ  $N$  เมื่อกำหนดค่าของ  $\log N$  มาให้ หรือกล่าวได้ว่าเป็นส่วนกลับของการหาค่า  $\log$

เช่น  $\log 1.34 = 0.127$  ดังนั้น  $\text{Antilog } 0.127 = 1.34$

$\log 0.00314 = -2.503$  ดังนั้น  $\text{Antilog } -2.503 = 0.00314$

การหาค่าแอนติลอการิทึมใช้หลักต่อไปนี้

$$\text{Antilog } (M + N) = (\text{Antilog } M) (\text{Antilog } N)$$

การหาค่า Antilog ของตัวเลขทศนิยมมีขั้นตอนย้อนกลับจากการหาค่า  $\log N$  ซึ่งทำได้ดังนี้ ถ้าต้องการหาค่า Antilog 0.1271 นั่นคือ ค่า  $\log N$  เท่ากับ 0.1271 ขั้นแรกให้หาค่าในตารางให้มีค่าเท่ากับหรือใกล้เคียงกับค่าของ  $\log N$  ดังตาราง

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
1.1	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
1.2	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
1.3	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
1.4	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732

$\log N = 0.1271$

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
1.1	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
1.2	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
1.3	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
1.4	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732

$N = 1.34$

$\log N = 0.1271$

### 5.4.1 การหาค่าแอนติลอการิทึมของจำนวนที่เป็นบวก

มีวิธีการดังนี้

แยกค่าของ Antilog เป็น 2 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่เป็นจำนวนเต็มและเลขทศนิยม (มักมีทศนิยม 4 ตำแหน่ง) จากนั้นหาค่า Antilog ของจำนวนเต็ม ซึ่งมีค่าเท่ากับ 10 ยกกำลังด้วยตัวเลขนั้น และหาค่า Antilog ของตัวเลขทศนิยม โดยใช้ตารางลอการิทึม แล้วนำค่า Antilog ทั้งสองส่วนมาคูณกัน จะได้ค่า Antilog ของจำนวน  $\log N$  นั้น

**ตัวอย่าง 4** จงคำนวณค่าของ Antilog 4.7574

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ Antilog } 4.7574 &= \text{Antilog } (4 + 0.7574) \\ &= (\text{Antilog } 4) (\text{Antilog } 0.7574) \\ &= 10^4 \times 5.720\end{aligned}$$

**ตัวอย่าง 5** จงคำนวณค่าของ Antilog 3.8734

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ Antilog } 3.8734 &= \text{Antilog } (3 + 0.8734) \\ &= (\text{Antilog } 3) (\text{Antilog } 0.8734) \\ &= 10^3 \times 7.470\end{aligned}$$

**หมายเหตุ** จากตารางลอการิทึม ในภาคผนวกพบว่าไม่มีค่าที่เท่ากับ 0.8734 จึงใช้ค่าที่ใกล้เคียงกับ 0.8734 มากที่สุด นั่นคือ 0.8733 ซึ่งมีค่า Antilog เท่ากับ 7.470

### 5.4.2 การหาค่าแอนติลอการิทึมของจำนวนที่เป็นลบ

เนื่องจากค่าของ  $\log N$  ที่เป็นลบไม่มีอยู่ในตารางลอการิทึมจึงต้องทำให้เป็นบวกก่อนแล้วจึงหาค่า ซึ่งมีวิธีการดังนี้

นำเลขจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่า  $\log N$  บวกกับค่าของ  $\log N$  เพื่อให้ได้ตัวเลขทศนิยมที่เป็นบวก แต่การทำเช่นนี้จะทำให้ค่าเปลี่ยนไป จึงต้องลบด้วยจำนวนเต็ม

จำนวนเดียวกัน จากนั้นหาค่า Antilog ของตัวเลขทศนิยมที่เป็นบวก โดยใช้ตารางลอการิทึม และหาค่า Antilog ของจำนวนเต็มที่เป็นลบ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 10 ยกกำลังด้วยจำนวนเต็มที่เป็นลบนั้น แล้วนำค่า Antilog ของทั้งสองส่วนมาคูณกัน จะได้ค่า Antilog ของจำนวน  $\log N$  ที่เป็นลบ

**ตัวอย่าง 6** จงคำนวณค่าของ Antilog - 2.0101

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ Antilog - 2.0101} &= \text{Antilog } (-2.0101 + 3 - 3) \\ &= \text{Antilog } (0.9899 - 3) \\ &= \text{Antilog } 0.9899 + (-3) \\ &= (\text{Antilog } 0.9899) (\text{Antilog } -3) \\ &= 9.770 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

**ตัวอย่าง 7** จงคำนวณค่าของ Antilog - 4.5611

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ Antilog - 4.5611} &= \text{Antilog } (-4.5611 + 5 - 5) \\ &= \text{Antilog } (0.4399 - 5) \\ &= \text{Antilog } 0.4399 + (-5) \\ &= (\text{Antilog } 0.4399) (\text{Antilog } -5) \\ &= 2.750 \times 10^{-5}\end{aligned}$$

**หมายเหตุ** จากตารางลอการิทึม พบว่าไม่มีค่าที่เท่ากับ 0.4399 จึงใช้ค่าที่ใกล้เคียงกับ 0.4399 มากที่สุด นั่นคือ 0.4393 ซึ่งมีค่า Antilog เท่ากับ 2.750

### แบบฝึกหัด 5.2

จงคำนวณค่าต่อไปนี้

- |                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| 1. Antilog 6.375  | 4. Antilog -5.9973 |
| 2. Antilog 4.3661 | 5. Antilog -1.5328 |
| 3. Antilog 1.5328 | 6. Antilog -8.321  |

## 5.5 การใช้ลอการิทึมและแอนติลอการิทึมในการคำนวณทางเคมี

การคำนวณทางเคมีที่ใช้ค่าลอการิทึมส่วนใหญ่จะเกี่ยวข้องกับการหา pH ของสารละลายจากความเข้มข้นของ  $\text{H}_3\text{O}^+$  ในสารละลายในหน่วย  $\text{mol/dm}^3$  ส่วนแอนติลอการิทึมจะใช้ในการหาความเข้มข้นของ  $\text{H}_3\text{O}^+$  จากค่า pH

**ตัวอย่าง 8** จงคำนวณ pH ของสารละลายที่มีความเข้มข้นของ  $\text{H}_3\text{O}^+$  เท่ากับ  $3.2 \times 10^{-5} \text{ mol/dm}^3$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ pH} &= -\log [\text{H}_3\text{O}^+] \\ &= -\log (3.2 \times 10^{-5}) \\ &= -(\log 3.2 + \log 10^{-5}) \\ &= -[\log 3.2 + (-5 \log 10)] \\ &= -[0.5051 + (-5)] \\ &= -(-4.4949) \\ &= 4.49\end{aligned}$$

ดังนั้น pH ของสารละลายมีค่าเท่ากับ 4.49

**ตัวอย่าง 9** จงคำนวณ pH ของสารละลายที่มีความเข้มข้นของ  $\text{H}_3\text{O}^+$  เท่ากับ  $4.2 \times 10^{-2} \text{ mol/dm}^3$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ pH} &= -\log [\text{H}_3\text{O}^+] \\ &= -\log (4.2 \times 10^{-2}) \\ &= -(\log 4.2 + \log 10^{-2}) \\ &= -[\log 4.2 + (2 \log 10)] \\ &= -[0.6232 + 2] \\ &= -(2.6232) \\ &= -2.62\end{aligned}$$

ดังนั้น pH ของสารละลายมีค่าเท่ากับ -2.62





ตัวอย่าง 10 จงคำนวณความเข้มข้นของ  $\text{H}_3\text{O}^+$  ในสารละลายที่มี pH เท่ากับ 2.2

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } [\text{H}_3\text{O}^+] &= \text{Antilog } [-\text{pH}] \\ &= \text{Antilog } (-2.2) \\ &= \text{Antilog } (-2.2 + 3 - 3) \\ &= \text{Antilog } (0.8 - 3) \\ &= \text{Antilog } 0.8 + (-3) \\ &= (\text{Antilog } 0.8) (\text{Antilog } -3) \\ &= 6.3 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

ดังนั้นความเข้มข้นของ  $\text{H}_3\text{O}^+$  ในสารละลายมีค่าเท่ากับ  $0.006 \text{ mol/dm}^3$

### แบบฝึกหัด 5.3

1. จงคำนวณค่า pH ของสารละลายที่มีความเข้มข้นของ  $\text{H}_3\text{O}^+$  ดังต่อไปนี้

- |  |  |
|--|--|
| 1) $4.208 \times 10^{-1} \text{ mol/dm}^3$ | 4) $2.508 \times 10^{-9} \text{ mol/dm}^3$ |
| 2) $5.68 \times 10^{-4} \text{ mol/dm}^3$  | 5) $7.3 \times 10^3 \text{ mol/dm}^3$      |
| 3) $9.876 \times 10^{-6} \text{ mol/dm}^3$ | 6) $5.29 \times 10^8 \text{ mol/dm}^3$     |

2. จงคำนวณความเข้มข้นของ  $\text{H}_3\text{O}^+$  เป็น  $\text{mol/dm}^3$  ในสารละลายที่มี pH ดังต่อไปนี้

- |           |            |
|-----------|------------|
| 1) 1.863  | 4) 13.765  |
| 2) 7.15   | 5) - 2.49  |
| 3) 10.882 | 6) - 7.823 |

## แบบฝึกหัดท้ายบท

1. จงคำนวณค่าต่อไปนี้

1.1  $\log 2.45$

1.2  $\log 0.074$

1.3  $\log 0.0000089$

1.4  $\log 210$

1.5  $\log 784000$

1.6  $\log (7.9 \times 10^5)$

1.7  $\log \frac{7}{53}$

1.8  $\text{Antilog } 9.8425$

1.9  $\text{Antilog } -4.126$

1.10  $\text{Antilog } -6.1245$



2. จงคำนวณค่า pH ของสารละลายที่มีความเข้มข้นของ  $\text{H}_3\text{O}^+$  ดังต่อไปนี้

2.1  $5.73 \times 10^4 \text{ mol/dm}^3$

2.2  $7.79 \times 10^7 \text{ mol/dm}^3$

2.3  $3.246 \times 10^{-2} \text{ mol/dm}^3$

2.4  $1.748 \times 10^{-5} \text{ mol/dm}^3$

3. จงคำนวณความเข้มข้นของ  $\text{H}_3\text{O}^+$  เป็น  $\text{mol/dm}^3$  ในสารละลายที่มี pH ดังต่อไปนี้

3.1 2.121

3.2 11.758

3.3 - 3.56

3.4 - 6.283